Miscellaneous Topics
متفرق موضوعات

Lecture 3 Notes: Frank N. Cole's Silent Demonstration: Taking Three Years of Sundays to Factor a Large Number

Muhammad Usman Ali Nizami
محمد عثمان علی نظامی

June 25, 2025

Abstract

In this note we will discuss how a American mathematician Frank Nelson Cole demonstrated the factors of Mersenne number $2^{67} - 1$ to American Mathematical Society meeting in 1903. He uttered no word during his lecture and just wrote numbers to show that $2^{67} - 1 = 147,573,952,589,676,412,927 = 193,707,721 \times 761,838,257,287$.

اس نوٹ میں ہم یہ بات کریں گے کہ ایک امریکی ریاضی دان، فرینک نیلسن کول، نے 1903 میں امریکن ریاضیاتی سوسائٹی کے اجلاس میں مرسن نمبر $2^{67} - 1$ کی تجزی کا مظاہرہ مکمل خاموشی سے کیا۔

Contents

1 A Large Compound Numbers (ایک بڑا مرکب عدد) **3**

2 Silent Lecture (خاموش لیکچر) **3**

3 Exercises (مشق) **4**

4 Conclusion (اختتامیہ) **4**

5 References (حوالہ جات) **4**

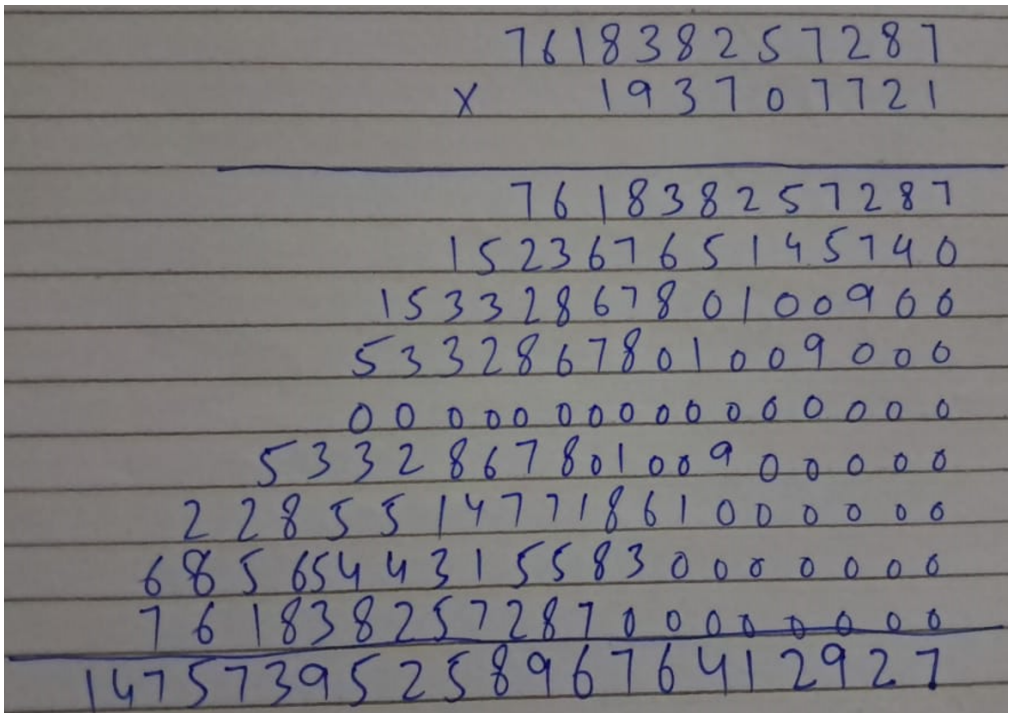
1 A Large Compound Numbers (ایک بڑا مرکب عدد)

Mersenneعدد ایک ایسے عدد کو کہتے ہیں جو کہ $2^n - 1$ کی طرح لکھا جا سکے۔اور اگر یہ مفرد ہو تو اس کو Mersenne prime کہتے ہیں۔ریاضی دان Édouard Lucas نے 1876 میں یہ واضح کیا کہ یہ عدد $M_{67} = 2^{67} - 1$ مفرد یا Prime نہیں ہے بلکہ مرکب ہے جس کا مطلب یہ ہوا کہ اس کے Factors موجود ہیں اور اس کی تجزی ہو سکتی ہے۔لیکن اتنے بڑے عدد کی تجزی کرنا کوئی آسان کام نہیں۔اور کافی عرصے تک اس کے Factors معلوم نہ ہو سکے۔

Figure 1: Frank Nelson Cole (1859–1926). By no coneguts - MacTutor History of Mathematics: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/PictDisplay/Cole.html, Public Domain, Wikimedia Commons.

2 Silent Lecture (خاموش لیکچر)

31 اکتوبر 1903 کو کول نے امریکی ریاضیاتی سوسائیٹی میں ایل لیکچر دیا۔اس لیکچر میں وہ اپنی جگہ سے اٹھا اور تختہ سیاہ پر گیا اور وہاں جا کر اس نے ایک طرف یہ بات لکھ کر واضح کی کہ $2^{67} - 1 = 147,573,952,589,676,412,927$ اور دوسری طرف اس نے دو عدد $193,707,721 \times 761,838,257,287$ لکھے اور ان کو آپس میں ضرب دینا شروع کر دیا۔اور آخر میں جواب $147,573,952,589,676,412,927$ یہ سب کچھ اس نے منہ سے بغیر کچھ کہے اور بولے لکھا اور آخر میں وہ واپس اپنی جگہ پر چلا گیا۔اس خاموش لیکچر کے آخر میں ہال تالیوں سے گونج اٹھا۔ان کے نام سے ایک انعام بی دیا جاتا ہے۔Cole Prize



مزید تفصیل کے لئے ویڈیو ملاحظہ ہو۔

Video Link.

3 Exercises (مشق)

اب آپ $2^{67} - 1$ کی قیمت ہاتھ کی مدد سے معلوم کریں اور تسلی کریں کہ یہ اوپر دیے گئی قیمت کے برابر ہے۔

4 Conclusion (اختتامیہ)

This document has presented a variety of mathematical concepts. Mathematics serves as a universal language that transcends cultural and linguistic boundaries, allowing precise communication of complex ideas. The beauty of mathematical expressions lies not just in their aesthetic form but also in their ability to describe and predict the physical world with remarkable accuracy.

5 References (حوالہ جات)

References

[1] Frank Nelson Cole, *On the Factoring of Large Numbers*, Bulletin of the American Mathematical Society, Vol. 10, No. 3, 1904. Available online.

[2] Wikipedia Contributors, *Arithmometer*, Wikipedia, The Free Encyclopedia.

[3] Shreevatsa R, *How Did Cole Factor* $2^{67} - 1$ *in 1903?*, Available online.

[4] MathOverflow, *How Did Cole Factor* $2^{67} - 1$ *in 1903?*, Discussion thread.

[5] Wikipedia Contributors, *Lehmer Sieve*, Wikipedia, The Free Encyclopedia.

[6] D.H. Lehmer, *Lehmer's Work on Number Sieves*, Available online.

[7] Leonard E. Dickson, *History of the Theory of Numbers*, Carnegie Institution of Washington, 1919. Available at: https://archive.org/details/historyoftheoryo01dick/

[8] John Barnes, *Nice Numbers*, 2016.

[9] Thomas Koshy, *Elementary Number Theory with Applications*

[10] Wikipedia contributors, *Cole Prize*, Wikipedia. Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Cole_Prize